

冰绕圆柱有限长接触的压力熔化*

陈文振 · 杨强生 · 蔡琦

摘要 · 研究了相变材料(冰)围绕水平圆柱,在有限长接触时的压力熔化过程。应用边界层理论和冰水的热物性求得熔化边界层厚度、作用力与熔化速度关系式。并与长圆柱的压力熔化和有限长圆柱以及球体的温差熔化的结果进行了比较,给出一些有益的结论。

关键词 · 熔化,相变现象,传热

The pressure melting of ice around the cylinder with finite contact length

CHEN Wenzhen · YANG Qiangsheng

(School of Power and Energy Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

· CAI Qi

(Naval University of Engineering, Wuhan 430033)

Abstract · The pressure melting process of phase change material (the ice) around a horizontal cylinder with finite length was studied. Theoretical formulas of the thickness of liquid layer, the relationship between the melting velocity and exerted force during the melting were obtained and discussed. After comparing with the related results for the pressure melting around the long cylinder and ΔT -driven melting around the short contact cylinder and the sphere, some useful conclusions were derived ·

Key words · Melting, Phase change phenomena, Heat transfer

· · 围绕热源的接触熔化广泛存在于自然界和生产技术过程中,例如,解冻、滑冰、冶金、航天器热控制等。特别是在地质勘探与核技术方面,接触熔化已有了重要的应用^[1-4]。由于它本身比相同运行工况非接触熔化的熔化率高得多,因此,引起国内外学者的广泛兴趣,文献[5-9]分别研究了相变材料围绕圆球、水平圆柱、椭圆柱、抛物体以及对称体与旋转体热源的接触熔化。1992年,Bejan等^[10,11]对压力驱动的熔化问题进行了研究,接着,Fowler等^[12,13]又分别探讨了滑动平板下,围绕球体和圆柱的压力熔化,得到了一些重要的结果。本文对冰围绕圆柱有限长接触(以下称围绕短圆柱)的压力熔化,应用边界层理论和冰水的热物性,求得问题的分析解。

1 · 理论分析

· · 图1为短轴熔化过程的示意图与坐标。

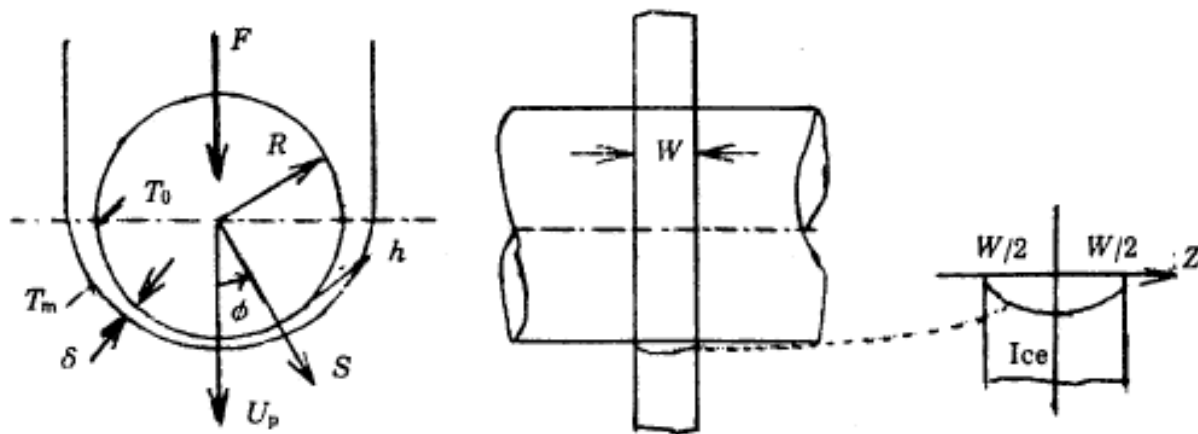


图1 · · 短轴熔化过程示意图与坐标

· Fig.1 Physical model of melting process and coordinates

· · 考虑如图1所示的熔化过程,圆柱的半径为 R ,与冰接触的长为 W ,且 $W/R \ll 1$ 。在圆周上建立坐标 (h, s) 。设圆柱与冰开始处于相同的温度 $T_0 = 0^\circ\text{C}$,为简单起见,我们认为 T_0 近似等于水的三相点温度。在 $t > 0$ 时,一个恒定的力施加在圆柱上表面。由于冰的熔点随压力($p > p_0$)增加而降低(见图2),在圆柱与冰之间建立温差使冰熔化,且施加的力足够大,使圆柱匀速下降。假设:(1)熔化的液体主要沿着圆周上,轴向 Z 的流动。由于 $W/R \ll 1$,在 ϕ 方向的流动可忽略;(2)熔化过程液体的流动,压力分布分别以 $z=0$ 与 $\phi=0$ 为对称。(3)熔化的液体边界层厚度 δ 很小,即 $\delta \ll W$ 。边界层内温度由圆柱 T_0 到冰的熔化表面 $T_m(p)$,线性分布。(4)忽略惯性力与对流换热的影响,则边界层内运动方程为

$$\mu (a^2 u / a s^2) = a p / a z \quad (1)$$

式中, μ 为动力粘度, p 为压力, u 为 Z 向速度。对式(1)积分两次,并利用边界条件: $s=0$ 与 $s=\delta$ 时, $u=0$ 得

$$u = s(s - \delta) / (2 \mu a p / a z) \quad (2)$$

而边界层内质量守恒方程为

$$(\pi/2) R \int_0^\delta u ds = z \int_0^{\pi/2} U_p (\cos \phi dh / d \phi) d \phi \quad \dots (3)$$

式中, U_p 为压力熔化速度。将式(2)代入式(3)得

$$a p / a z = -24 \mu / (\pi \delta^3) \cdot U_p z \quad (4)$$

· · 冰的熔化主要由边界层内准静态的导热产生。忽略冰的显热量,则能量守恒方程为

$$\lambda(T_0 - T_m)/\delta = \rho U_p L \cos \phi \quad (\phi \neq \pi/2) \quad (5)$$

式中, L 、 ρ 分别为冰的熔化潜热、密度。图2中, 冰的熔点随温度变化关系由Clausius与Clapeyron给出

$$\cdot dp/dT_m = -A \quad (6)$$

式中, $A = L/[T_0(v_s - v_l)]$, v_s 、 v_l 分别是冰与水的比容。在三相点附近, $A \approx 13.6 \text{ MPa/K}$ 。则式(6)成为

$$\cdot \cdot T_0 - T_m = (p - p_0)/A \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)得

$$\delta = \lambda(p - p_0)/(\rho L A U_p \cos \phi) \quad (8)$$

将式(8)代入式(4)得

$$(p - p_0)^3 \frac{d(p - p_0)}{dz} = -(24 \mu U_p^4 / \pi)(\rho L A \cos \phi / \lambda)^3 z \quad (9)$$

对式(9)积分, 并利用边界条件: $z = \pm W/2$ 时, $p = p_0$ 可得

$$p - p_0 = U_p [(48 \mu \rho^3 L^3 A^3 \cos^3 \phi) / (\pi \lambda^3)]^{1/4} (W^2/4 - z^2)^{1/4} \quad (10)$$

作用在短轴上的力 F 为

$$F = 4 \int_0^{W/2} \int_0^{\pi/2} (p - p_0) R \cos \phi d\phi dz \quad (11)$$

将式(10)代入式(11)得

$$F = 2 U_p R W^{3/2} (12 \mu / \pi)^{1/4} (\rho L A / \lambda)^{3/4} \int_0^1 (1 - x^2)^{1/4} dx \int_0^1 (1 - y^2)^{3/8} dy \quad (12)$$

而单位面积的平均压力 F'' 为

$$F'' = F/(2RW) = 1.01 U_p W^{1/2} (\mu^{1/3} \rho L A / \lambda)^{3/4} \quad (13)$$

将式(10)代入式(8)得边界层厚度为

$$\delta = 1.398 [\mu \lambda / (\rho L A \cos \phi)]^{1/4} W^{1/2} (1 - \xi^2)^{1/4} \quad (14)$$

式中, $\xi = 2z/W$ 。

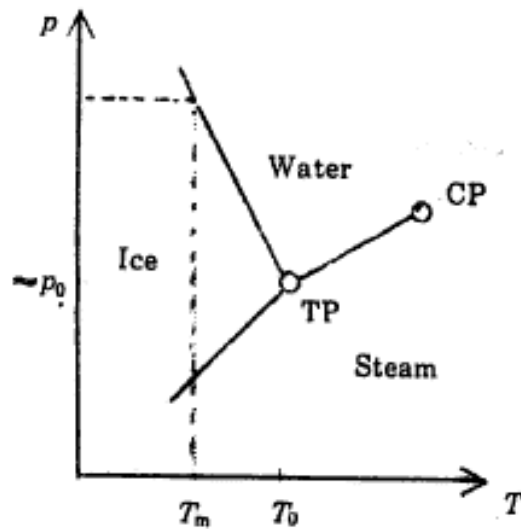


图2 · 水的相图
Fig.2 The phase diagram for water

2 · 结果与讨论

· · (1) 式(13)表明,冰的熔化速度正比于外界施加的平均压力,而反比于圆柱轴长度的方根。对于温差驱动的联系熔化过程,将文献[14]给出的平均压力与熔化速度的关系改写为

$$\begin{aligned} U_T &= [\lambda (T_w - T_m) / (\mu^{1/3} \rho L)]^{3/4} [8F / (3\pi W^3 R)]^{1/4} \\ &= [\lambda \Delta T_w / (\mu^{1/3} \rho L)]^{3/4} [16F'' / (3\pi W^2)]^{1/4} \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $\Delta T_w = T_w - T_m$ 。由式(15)可见,温差驱动的联系熔化,熔化速度 U_T 正比于外界施加的平均温差的3/4方根,而反比于圆柱轴长度的方根,后者与压力熔化相同。

式(13)还可写成

$$U_p = [\lambda F'' / (\mu^{1/3} \rho L A)]^{3/4} (0.99 F'' / W^2)^{1/4} \quad (16)$$

由Clausius-Clapeyron关系式(7)定义当量温差为

$$\Delta T_0 = \overline{T_0 - T_m} = F'' / A \quad (17)$$

则式(16)成为

$$U_p = 0.998 [\lambda \Delta T_0 / (\mu^{1/3} \rho L)]^{3/4} (F''/W^2)^{1/4} \quad (18)$$

当 $\Delta T_0 = \Delta T_w$ 时,由式(15)和式(18)得

$$U_p/U_T = 0.874 \quad (19)$$

式(19)表明,在压力熔化中,当压力产生的平均温差达到在温差驱动的接触熔化中热源与固体间的温差,压力熔化速度仍然小于温差驱动的熔化速度,此结论与长圆柱时一致^[13]。

· · (2) 对围绕长圆柱的压力熔化,熔化速度与平均压力的关系为^[13]

$$U_{pl} = [\lambda F'' / (\mu^{1/3} \rho LA)]^{3/4} [64 F'' / (3 \pi^4 R^2)]^{1/4} \quad (20)$$

比较式(16)与式(20)可知,长、短圆柱的熔化速度具有相类似的变化规律。而

$$U_{pl}/U_p = 0.686 (W/R)^{1/2} \quad (21)$$

因 $R/W \gg 1$,由式(21)不难发现,在相同压力 F'' 条件下,长轴的熔化速度总是比短轴的熔化速度慢得多。

· · (3) 由式(14)可见,边界层厚度不仅随圆周角的增加而增加 ($\delta \propto (\cos \phi)^{-1/4}$),而且还沿 Z 方向不断减小 ($\delta \propto (1 - \xi^2)^{1/4}$),这与短轴时温差熔化 ($\delta \propto \cos^{-1} \phi$) 和长轴时压力熔化 (δ 与 ϕ 无关) 边界层厚度的变化有根本的区别。

· · 由式(14)与式(16),假设(3)-(4)等价于

$$\delta/W = 1.398 [\mu \lambda / (\rho L A \cos \phi)]^{1/4} [(1 - \xi^2)^{1/4} / W^{1/2}] \ll 1 \quad (22)$$

$$Re = (u \delta / \nu) \sim (U_p W / \nu) = 0.998 [\lambda / (\mu^{1/3} \rho L A)]^{3/4} (F'' W^{1/2} / \nu) \ll 1 \quad (23)$$

$$Pe = (u \delta / \alpha) \sim (U_p W / \alpha) = 0.998 [\lambda / (\mu^{1/3} \rho L A)]^{3/4} (F'' W^{1/2} / \alpha) \ll 1 \quad (24)$$

利用 0°C 水与冰的热物性: $\mu = 1.79 \times 10^{-3} \text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$, $\lambda = 0.56 \text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\rho = 917 \text{kg}/\text{m}^3$, $\nu = 1.79 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$, $\alpha = 0.131 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$, $L = 333.5 \text{kJ}/\text{kg}$, 综合上述三式可得

$$W \gg 9.596 \times 10^{-10} / (\cos \phi)^{1/2} \quad (\text{m}) \quad (25)$$

$$F'' W^{1/2} \ll 0.022 \quad (\text{MPa} \cdot \text{m}) \quad (26)$$

· · 由式(25)可知,即使当 $\phi=89.9^\circ$ 时,仍有 $W \gg 2.297 \times 10^{-8} \text{m}$.因此,我们的假设还是比较容易满足的。

· · (4) 当圆柱内装有核废料,依靠其自身重量下降熔化时,有

$$\pi R^2 W g (\rho_H - \rho) = 2.02 U_p R W^{3/2} (\mu^{1/3} \rho L A / \lambda)^{3/4} \quad (27)$$

而式(17)成为

$$\Delta T_0 = \pi R g \Delta \rho / (2A) \quad (28)$$

式中, $\Delta \rho = \rho_H - \rho$, 其中, ρ_H 为圆柱的密度。由式(27)与式(28)得自埋速度

$$\begin{aligned} U_p &= 1.56 (R g \Delta \rho / W^{1/2}) [\lambda \Delta T_0 / (\mu^{1/3} \rho L)]^{3/4} \\ &= 0.998 [\pi R g \Delta \rho / (2W^2)]^{1/4} [\lambda \Delta T_0 / (\mu^{1/3} \rho L)]^{3/4} \quad (29) \end{aligned}$$

而围绕球体^[5],短圆柱^[14]的温差驱动的熔化自埋速度分别为

$$U_{Ts} = [8 g \Delta \rho / (3R)]^{11/4} [\lambda \Delta T_w / (\mu^{1/3} \rho L)]^{3/4} \quad (30)$$

$$U_{Tc} = [8 R g \Delta \rho / (3W^2)]^{11/4} [\lambda \Delta T_w / (\mu^{1/3} \rho L)]^{3/4} \quad (31)$$

当 $\Delta T_0 = \Delta T_w$ 时,由式(29)-式(31)得

$$U_{Ts} = (W/R)^{1/2} U_{Tc} = 0.874 (W/R)^{1/2} U_p < U_p \quad (32)$$

· · 因 $R/W \gg 1$, 由式(32)可知,尽管短圆柱的压力熔化自埋速度小于它的温差熔化自埋速度,但大于球的自埋速度。当同时考虑温差和压力作用时,自埋速度要高于压力或温差各自作用时的结果。

3 · 结论

· · (1) 冰围绕相同尺寸的短圆柱接触熔化,在圆柱与冰间温差相等时,压力熔化(自埋)速度小于温差熔化(自埋)速度。

· · (2) 相同条件下,冰围绕水平圆柱的压力熔化,短轴的熔化(自埋)速度大于长轴的熔化(自埋)速度,并与轴长的方根成反比。

· · (3) 围绕短圆柱的压力熔化过程,边界层厚度不仅在周向上变化,而且在轴向上变化 · 这与长圆柱或温差熔化的结果均不同。

· · (4) 尽管冰的温差与压差为一线性关系,但压力熔化的有关结果不能将温差熔化的结果简单地用压力产生的温差来替换得到。

· · (5) 对以往所考虑的各种形状核废料容器的自埋过程,由于压力的作用,其自埋速度要更快些。

* 中国博士后科学基金资助项目

作者单位: 陈文振 · 杨强生 · 上海交通大学动力与能源工程学院 · 上海 · 200030
蔡琦 · 海军工程大学 · 武汉 · 430033

参考文献

- 1 · Birth F S. J Geophys Res, 1975, 80:4825-4827 · ·
- 2 · Tong L S. Nucl Eng Design, 1968, 8:309-312 · ·
- 3 · Logan S E. Nucl Tech, 1974, 21:111-124 · ·
- 4 · Jansen G, Stepnewksi D D. Nucl Tech, 1973, 20:85-96 · ·
- 5 · Emerman S H, Turcotte D L. Int J Heat Mass Transfer, 1983, 26:1625-1630 · ·
- 6 · Moallemi M K, Viskanta R. J Heat Transfer, 1985, 107:451-459 · ·
- 7 · CHEN W Z, CHENG S M, GU W M, et al. J Thermal Sci, 1994, 3:23-27 · ·
- 8 · 陈文振,程尚模,顾王明. 核技术,1995,18(1):40-44 · ·
- 9 · 蔡琦,陈文振. 核技术,1996,19(2):106-109 ·
- 10 Bejan A, Tyvand P A. J Heat Transfer, 1992, 114:529-531 ·
- 11 Tyvand P A, Bejan A. J Heat Transfer, 1992, 114:532-535 ·
- 12 Fowler A J, Bejan A. Int J Heat Mass Transfer, 1993, 36:1171-1179 ·
- 13 CHEN W Z, YANG Q S. Proceedings of the 11th International Heat Transfer Conference, South · Korea, 1998 ·
- 14 Morega AL M, Filip A M, Bejan A, et al. Int J Heat Mass Transfer, 1993, 36:2499-2509 ·

收稿日期 · 1998-04-24,修回日期 · 1998-07-01